



ININ4078: CONTROL ESTADÍSTICO DE CALIDAD
SEGUNDO EXAMEN - NOVIEMBRE 1998

NOMBRE: _____ NOTA: _____

I. (20%) En una planta de acabado de telas, los rollos de telas se inspeccionan para determinar la cantidad de defectos. La experiencia indica que el número de defectos por 100 m² de tela sigue una distribución Poisson con tasa u (def./100 m²). Presuma que quiere diseñar una gráfica de control para defectos por unidad (100 m²) y que los siguientes datos están disponibles

No. de rollo	Tamaño del rollo (m ²)	Número de defectos	No. of std units	No. def / unit	UCL	LCL
1	400	6				
2	650	10				
3	475	7				
4	425	7				
5	500	7				
6	450	8				
7	525	8				
8	525	8				
9	575	9				
10	475	6				
11	650	9				
12	675	10				
13	525	8				
14	475	7				
Total						

- (10%) Estime el valor en control de u y los límites de control para los tamaños de los rollos mostrados en la tabla.
- (5%) Si ud desea tener siempre un límite de control inferior positivo, ¿cuál es el tamaño mínimo (en m²) de los rollos que deben de ser inspeccionados?
- (5%) Considere la gráfica de control que ud diseño en (a) ¿Cuáles son las probabilidades de Error Tipo I cuando (i) el tamaño del rollo es igual al tamaño del rollo más pequeño que aparece en la tabla anterior y (ii) el tamaño del rollo es igual al tamaño del rollo más grande?

II. (15%) Presuma que desea desarrollar una gráfica de control basada en el siguiente estadístico

$$Z_t = \lambda Y_t + (1 - \lambda) Z_{t-1}, \quad t = 1, 2, 3, \dots, \quad Z_0 = E(Y)$$

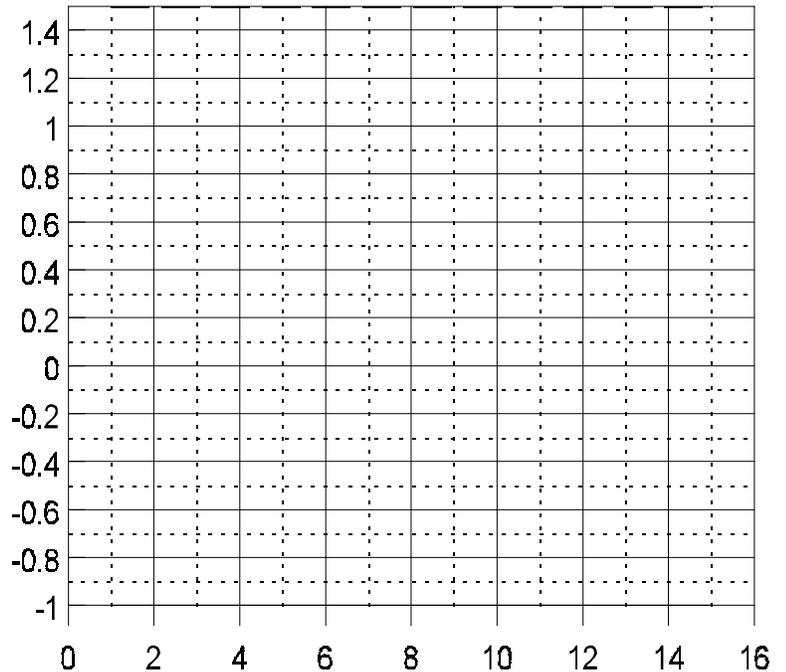
donde $Y_t = \ln(V_t)$ y V_t es la varianza de la muestra t y $0 < \lambda < 1$.

a. (5%) Muestre que si las muestras (de tamaño n) son independientes y provienen de una población normal con varianza σ^2 , entonces el valor esperado y la varianza de Y se pueden aproximar por

$$E(Y) = \ln(\sigma^2) \text{ y } \text{Var}(Y) = \text{Var}(\ln(V)) = 2 / (n-1)$$

b. (10%) Presuma que se han tomado 20 muestras de 5 observaciones cada una y que sus varianzas muestrales son las que se muestran en la tabla siguiente. Usando la información dada en la página anterior, y presumiendo que $\sigma^2=1.25$ y que $\lambda = 0.30$, construya una gráfica de control para Z_t con un límite de control superior solamente. **Muestre en detalle los cálculos para $t=1$ y para $t=5$.** Grafique Z_t vs. t y el UCL en la gráfica adjunta.

t	V = Varianza muestral	Ln(Vt)	Zt	UCL
1	0.5750			
2	1.1336			
3	1.2072			
4	0.8538			
5	1.2630			
6	0.3244			
7	1.2094			
8	0.9053			
9	0.6134			
10	0.8254			
11	1.9379	0.6616	0.0419	1.1141
12	0.8626	-0.1478	-0.0150	1.1142
13	1.8249	0.6015	0.1699	1.1142
14	1.2334	0.2098	0.1819	1.1143
15	1.0634	0.0615	0.1458	1.1143



III. (20%) Se desea estimar la capacidad de un proceso para llenar unos paquetes conteniendo un ingrediente químico concentrado. La última vez que se realizó un estudio similar de ese proceso se determinó que $Cpk \approx 1.25$. A ud se le ha pedido que **planifique** un nuevo estudio estadístico para estimar Cpk de modo que la longitud del intervalo de confianza al 95% no exceda 0.10. Presuma que ud tiene a lo más 25 días laborables para completar el estudio (esto incluye el tiempo para coleccionar y analizar los datos y escribir el informe final), que (debido a restricciones de personal) no puede tomar más de 7 muestras por día y que (por características del manejo de material) los tamaños de las muestras deben estar entre 5 y 15 paquetes.

a. (15%) Indique cuántos **días** le debe dedicar a la colección de datos, cuántas **muestras** va a tomar cada día y de qué **tamaño** van a ser sus muestras de modo que la longitud del intervalo de confianza al 95% para Cpk no exceda 0.10.

b. (5%) Presuma que las especificaciones para el peso de los paquetes son $LSL = 1.0$ lb y $USL = 1.06$ lb y que los resultados **del estudio que ud planificó en (a)** dan $\bar{x} = 1.035$ y $\hat{\sigma} = 0.06667$. Calcule un intervalo de confianza al 95% para Cpk .

IV. (15%) En un estudio para estimar la repetibilidad y la reproducibilidad de un sistema de medición, dos operadores usan el mismo instrumento para medir 9 piezas tres veces cada una. Los datos (y algunos promedios y varianzas) aparecen en la tabla siguiente.

Operador	1.00					2.00					Promedio
	1.00	2.00	3.00	Prom	Var	1.00	2.00	3.00	Prom	Var	
1	98.16	97.99	98.18	98.11	0.0105	97.99	95.77	100.72	98.16	6.1361	98.14
2	102.43	100.71	100.20	101.11	1.3540	98.56	99.56	100.45	99.52	0.8910	100.32
3	100.04	100.10	99.56	99.90	0.0865	98.59	96.75	101.98	99.11	7.0382	99.50
4	99.88	102.40	102.23	101.50	1.9901	99.88	99.62	99.00	99.50	0.2052	100.50
5	102.92	96.48	95.55	98.32	16.0810	95.78	99.97	98.54	98.10	4.5448	98.21
6	99.32	97.61	98.63	98.52	0.7427	99.23	101.36	100.67	100.42	1.1728	99.47
7	100.22	99.71	95.74	98.56	6.0183	100.10	96.91	94.61			
8	95.67	101.63	99.60	98.97	9.2013	100.57	100.99	99.79			
9	96.92	96.20	100.01	97.71	4.0892	97.02	99.14	101.91			
				Prom	99.19	4.3971			Prom		

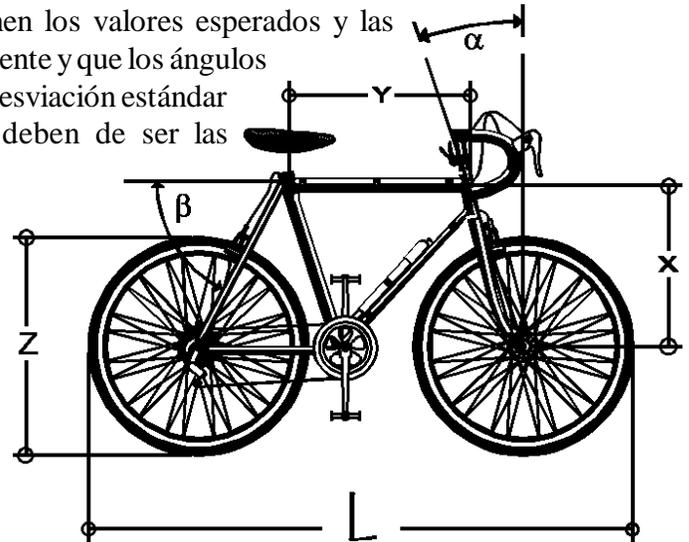
Use esta información para completar la siguiente tabla de ANOVA y basándose en los resultados de la tabla de ANOVA, estime la repetibilidad y reproducibilidad del instrumento.

Fuente	SS	df	MS
Operador			
Pieza			
Error			
Total			4.13660

V. (20%) Presuma que la longitud, L , de la bicicleta de juguete que se muestra en la figura depende solamente de las variables X , Y y Z y de los ángulos α y β y que estas cantidades son estadísticamente independientes.

a. (10%) Presuma que las variables aleatorias X , Y y Z tienen los valores esperados y las desviaciones estándares que se muestran en la tabla siguiente y que los ángulos $\alpha = 20^\circ$ y $\beta = 60^\circ$ son fijos. Calcule el valor esperado y la desviación estándar de L . Si se desea que C_p para L sea 1.33, cuáles deben de ser las especificaciones para L ?

Variable	μ	σ
X (pulg)	2.059	0.091
Y (pulg)	2.501	0.107
Z (pulg)	3.263	0.124



a. (10%) Presuma que las variables aleatorias X , Y , Z , α y β tienen los valores esperados y las desviaciones estándares que se muestran en la tabla de la derecha. Calcule el valor esperado y la desviación estándar de L .

Variable	μ	σ
X (pulg)	2.228	0.085
Y (pulg)	2.585	0.091
Z (pulg)	3.047	0.142
α (en $^\circ$)	19.0	0.634
β (en $^\circ$)	62.1	2.134

VI. (10%) La resistencia a la tensión y el diámetro de una fibra son dos características de calidad importantes que se desean controlar conjuntamente. Para establecer una gráfica de control multivariada, se han tomado tres muestras diariamente durante un período de quince días. Cada muestra consiste de cinco fibras a las cuales se les mide la resistencia a la tensión (en psi) y el diámetro (en 0.01"). Después de eliminar las tres muestras del sexto día (cuyos T^2 s estaban por encima del UCL) se estimó la siguiente matrix de varianzas y covarianzas:

	Tensión	Diámetro
Tensión	1.250	0.800
Diámetro	0.800	0.800

- a. (5%) Calcule el valor del UCL que se debe usar para los valores del T^2 de muestras futuras. Presuma que $\alpha = 0.002$.
- b. (5%) Si se tiene que $\mu_{\text{Tensión}} = 115.0$ psi y que $\mu_{\text{Diámetro}} = 12.00$ centésimas de pulgada, y en una muestra futura de seis fibras se obtiene que $\bar{x}_{\text{Tensión}} = 115.91$ psi y que $\bar{x}_{\text{Diámetro}} = 11.27$ centésima de pulgada, ¿se debe declarar el proceso fuera de control? Justifique su respuesta.